

Міністерство освіти і науки України

Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна

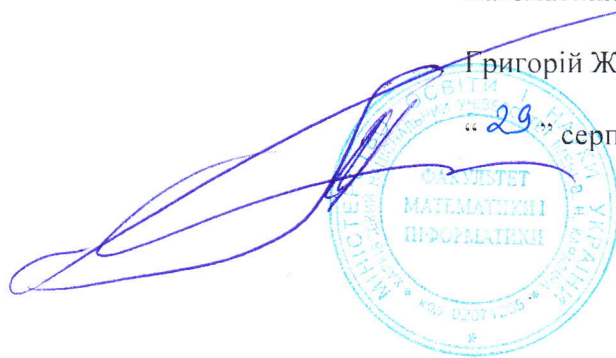
Кафедра прикладної математики

**“ЗАТВЕРДЖУЮ”**

Декан факультету  
математики і інформатики

Григорій ЖОЛТКЕВИЧ

“29” серпня 2024 р.



## РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

### Теорія ймовірностей

рівень вищої освіти \_\_\_\_\_ перший (бакалаврський) рівень \_\_\_\_\_

галузь знань \_\_\_\_\_ 11 – Математика та статистика \_\_\_\_\_

спеціальність \_\_\_\_\_ 113 Прикладна математика \_\_\_\_\_

освітня програма \_\_\_\_\_ Прикладна математика \_\_\_\_\_

спеціалізація \_\_\_\_\_

вид дисципліни \_\_\_\_\_ обов'язкова \_\_\_\_\_

факультет \_\_\_\_\_ математики і інформатики \_\_\_\_\_

2024 / 2025 навчальний рік

Програму рекомендовано до затвердження Вченою радою факультету математики і інформатики

“27” серпня 2024 року, протокол № 8

РОЗРОБНИКИ ПРОГРАМИ: *Півень Олексій Леонідович*, канд. фіз.-мат. наук, доцент закладу вищої освіти кафедри прикладної математики.

Програму схвалено на засіданні кафедри прикладної математики  
Протокол від “26” серпня 2024 року № 8

Завідувач кафедри прикладної математики



Валерій КОРОБОВ

Програму погоджено з гарантом  
освітньо-професійної програми «Прикладна математика»

Гарант освітньо-професійної програми «Прикладна математика»



Сергій ПОСЛАВСЬКИЙ

Програму погоджено науково-методичною комісією  
факультету математики і інформатики

Протокол від “27” серпня 2024 року № 1

Голова науково-методичної комісії факультету математики і інформатики



Євген МЕНЯЙЛОВ

## ВСТУП

Програма навчальної дисципліни «**Теорія ймовірностей**» складена відповідно до освітньо-професійної програми підготовки бакалавра спеціальності 113 Прикладна математика

### 1. Опис навчальної дисципліни

**Предметом** вивчення навчальної дисципліни є базові відомості з теорії ймовірностей.

1.1. **Метою** викладання навчальної дисципліни є надання майбутнім спеціалістам базових знань з теорії ймовірностей.

1.2. **Основними завданнями** вивчення дисципліни є навчання студентів володінню поняттями випадок, випадкова подія, ймовірність, випадковий простір, випадкова величина, закон розподілу випадкової величини, функція розподілу, щільність імовірності, характеристична функція, математичне сподівання, дисперсія, коваріація, кореляція, збіжність послідовності випадкових величин.

#### 1.2.1. Формування наступних **інтегральної та загальних компетентностей**

ПК01. Здатність розв'язувати складні спеціалізовані задачі та практичні проблеми прикладної математики у професійній діяльності або у процесі навчання, що передбачає застосування математичних теорій та методів і характеризується комплексністю та невизначеністю умов.

ЗК06. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.

#### 1.2.2. Формування наступних **фахових компетентностей**

ФК01. Здатність використовувати й адаптувати математичні теорії, методи та прийоми для доведення математичних тверджень і теорем.

ФК02. Здатність виконувати завдання, сформульовані у математичній формі.

ФК03. Здатність обирати та застосовувати математичні методи для розв'язання прикладних задач, моделювання, аналізу, проєктування, керування, прогнозування, прийняття рішень.

ФК17. Здатність розуміти математичні доведення, запропонувати оригінальні доведення, встановлювати їх правильність і отримувати висновки.

1.3. Кількість кредитів – 4

1.4. Загальна кількість годин – 120

1.5. Характеристика навчальної дисципліни	
<u>Обов'язкова</u>	
Денна форма навчання	Заочна (дистанційна) форма навчання
Рік підготовки	
3-й	
Семестр	
6-й	
Лекції	

32 год.	
Практичні, семінарські заняття	
32 год.	
Лабораторні заняття	
Самостійна робота	
56 год.	
у тому числі індивідуальні завдання	

### 1.6. Заплановані результати навчання

Студенти повинні досягти таких результатів навчання:

**знати :**

- знати основні властивості ймовірностей випадкових подій,
- основні закони розподілів випадкових величин,
- означення та властивості функції розподілу, щільності та характеристичної функції,
- означення та властивості числових характеристик випадкових величин,
- основні теореми щодо закону великих чисел та центральної граничної теореми;

**вміти :**

- розв'язувати стандартні задачі з обчислення ймовірностей випадкових подій,
- визначити функцію розподілу та щільність,
- розраховувати числові характеристики та характеристичну функцію випадкової величини,
- застосовувати до розв'язання стандартних задач теореми щодо закону великих чисел та центральної граничної теореми.

Згідно з вимогами освітньо-професійної програми студенти повинні досягти таких **програмних результатів навчання**

РН01. Демонструвати знання й розуміння основних концепцій, принципів, теорій прикладної математики і використовувати їх на практиці.

РН02. Володіти основними положеннями та методами математичного, комплексного та функціонального аналізу, лінійної алгебри та теорії чисел, аналітичної та диференціальної геометрії, теорії диференціальних рівнянь, зокрема рівнянь у частинних похідних, теорії ймовірностей, математичної статистики та випадкових процесів, чисельними методами.

РН21. Демонструвати розуміння загальних принципів побудови математичних теорій, основних понять логіки, уміти формулювати та доводити математичні твердження.

РН22. Уміти отримувати змістовні висновки, наводити та аналізувати приклади і контрприкладів, перевіряти і обґрунтовувати правильність застосованих міркувань і отриманих розв'язків.

## 2. Тематичний план навчальної дисципліни

Програма навчальної дисципліни складається з таких **розділів**:

1. Поняття ймовірності та ймовірнісний простір. Випадкові величини та їх закони розподілу.

## 2. Закон великих чисел та центральна гранична теорема.

### ***Розділ 1. Поняття ймовірності та ймовірнісний простір. Випадкові величини та їх закони розподілу.***

#### *Тема 1. Поняття ймовірності та ймовірнісний простір.*

Простір елементарних подій; випадкова подія та її ймовірність.

Властивості ймовірностей випадкових подій.

Умовна ймовірність. Формула повної ймовірності. Формула Байєса.

Незалежні події. Теорема множення.

Послідовність незалежних випробувань. Схема Бернуллі. Гранична теорема Пуассона.

Аксіоматична побудова теорії ймовірностей. Аксіоматика Колмогорова.

#### *Тема 2. Випадкові величини та їх закони розподілу.*

Поняття випадкової величини.

Функція розподілу та її властивості.

Дискретні та неперервні розподіли.

Щільність імовірності та її властивості.

Приклад розподілу, що не є ні дискретним, ні неперервним.

Багатомірні розподіли; функції від випадкових величин, умовні розподіли..

Числові характеристики випадкових величин.

Характеристична функція та її властивості.

Основні закони розподілів: Бернуллі, Пуассона, рівномірний, нормальний. Функція

Лапласа та її властивості; таблиці математичної статистики.

Послідовності випадкових величин та типи їх збіжності.

### ***Розділ 2. Закон великих чисел та центральна гранична теорема.***

#### *Тема 3. Закон великих чисел.*

Поняття закону великих чисел.

Нерівності Чебишева та теорема Чебишева. Теореми Бернуллі та Пуассона.

Теореми Хінчина та Маркова.

Необхідні та достатні умови, щоб послідовність випадкових величин задовольняла закону великих чисел.

Підсилений закон великих чисел. Нерівність Колмогорова та теорема Колмогорова.

#### *Тема 4. Центральна гранична теорема.*

Поняття центральної граничної теореми.

Теорема Ліндеберга.

Теорема Ляпунова.

Інтегральна теорема Муавра-Лапласа.

## 3. Структура навчальної дисципліни

Назви розділів і тем	Кількість годин											
	денна форма						заочна форма					
	усього	у тому числі					усього	у тому числі				
л		п	лаб.	інд.	ср.	л		п	лаб.	інд.	с.р.	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
<b>Розділ 1. Поняття ймовірності та ймовірнісний простір. Випадкові величини та їх закони розподілу</b>												

Тема 1. Поняття ймовірності та ймовірнісний простір	29	8	8			13					
Тема 2. Випадкові величини та їх закони розподілу	47	14	12			21					
<i>Контрольна робота</i>	7		2			5					
<b>Разом за розділом 1</b>	83	22	22			39					
<b>Розділ 2. Закон великих чисел та центральна гранична теорема</b>											
Тема 3. Закон великих чисел	18	6	4			8					
Тема 4. Центральна гранична теорема	12	4	4			4					
<i>Контрольна робота</i>	7		2			5					
<b>Разом за розділом 2</b>	37	10	10			17					
<b>Усього годин</b>	<b>120</b>	<b>32</b>	<b>32</b>			<b>56</b>					

#### 4. Теми практичних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Простір елементарних подій; випадкова подія та її ймовірність. Властивості ймовірностей випадкових подій.	2
2	Умовна ймовірність. Формула повної ймовірності. Формула Байєса. Незалежні події. Теорема множення.	2
3	Послідовність незалежних випробувань. Схема Бернуллі. Гранична теорема Пуассона.	2
4	Аксіоматична побудова теорії ймовірностей. Аксіоматика Колмогорова.	2
5	<i>Контрольна робота</i>	2
6	Поняття випадкової величини. Функція розподілу та її властивості.	2
7	Дискретні розподіли. Розподіли Бернуллі та Пуассона	2
8	Неперервні розподіли. Щільність розподілу та її властивості. Рівномірний та нормальний розподіли.	2
9	Багатовимірні розподіли; функції від випадкових величин, умовні розподіли.	2
10	Числові характеристики випадкових величин та їх властивості. Функція Лапласа та її властивості; таблиці математичної статистики.	2
11	Характеристична функція та її властивості.	2
12	Поняття закону великих чисел. Теореми Чебишева, Бернуллі, Пуассона, Хінчина, Маркова.	2
13	Необхідні та достатні умови, щоб послідовність випадкових величин задовольняла закону великих чисел. Підсилений закон великих чисел.	2
14	Поняття центральної граничної теореми. Теорема Ліндеберга.	2
15	Теорема Ляпунова. Інтегральна теорема Муавра-Лапласа.	2
16	<i>Контрольна робота</i>	2
	<b>Разом</b>	<b>32</b>

### 5. Завдання для самостійної роботи

№ з/п	Види, зміст самостійної роботи	Кількість годин
1	Виконання домашніх завдань з теми «Ймовірності випадкової події та її властивості»	12
2	Виконання домашніх завдань з теми «Випадкові величини та їх закони розподілу»	18
3	Виконання домашніх завдань з теми «Закон великих чисел»	8
4	Виконання домашніх завдань з теми «Центральна гранична теорема»	8
5	Підготовка до контрольних робіт	10
	<b>Разом</b>	<b>56</b>

### 6. Індивідуальне завдання

Не передбачене навчальним планом

### 7. Методи навчання

Частково-пошукові і проблемні лекції, пояснення, розрахунково-ілюстративні і пояснювально-ілюстративні методи при проведенні практичних занять, консультації.

### 8. Методи контролю

Перевірка домашніх робіт, перевірка контрольних робіт, поточний контроль на практичних заняттях, поточний контроль на лекціях, проведення екзамену.

### 9. Схема нарахування балів

Поточний контроль, самостійна робота, індивідуальні завдання				Екзамен	Сума
Розділ 1	Розділ 2	Контрольні роботи, передбачені навчальним планом	Разом		
T1–T2	T3–T4				
5	5	50	60	40	100

T1, T2, T3, T4 – теми розділів.

Не передбачається мінімальна кількість балів з навчальної дисципліни, яку здобувач вищої освіти повинен набрати під час поточного контролю, самостійної роботи, індивідуального завдання для допуску до складання підсумкового контролю (екзамену).

### Критерії оцінювання навчальних досягнень

**Поточний контроль:** 10 балів - бали нараховуються за виконання домашніх завдань і активність під час практичних занять.

**Контрольні роботи** оцінюються до 25 балів кожна. Кожна з двох контрольних робіт містить 5 завдань, максимальна оцінка за кожне з завдань – 5 балів:

(а) обчислення незакінчені або містять суттєві помилки — 0–1 бал;

(б) обчислення правильні, можливі незначні помилки, але обґрунтування не наведено — 2–3 бали;

(с) обчислення правильні, можливі незначні помилки, наведено повне обґрунтування — 4–5 балів.

**Іспит (білет містить 4 завдання):**

1. У завданні 1 максимальна оцінка 10 балів.

- (a) твердження сформульовано з помилками, доведення відсутнє — 0–4 бали;
- (b) твердження сформульовано вірно, доведення відсутнє — 5 балів;
- (c) твердження сформульовано вірно та в доведенні зроблено суттєві помилки — 6–8 балів;
- (d) твердження сформульовано вірно, наведено приклади та в доведенні можливі незначні помилки — 9–10 балів.

2. У завданнях 2, 3, 4 максимальна оцінка 10 балів:

- (a) обчислення незакінчені або містять суттєві помилки — 0–4 бали;
- (b) обчислення правильні, можливі незначні помилки, але обґрунтування не наведено — 5–7 балів;
- (c) обчислення правильні, можливі незначні помилки, наведено повне обґрунтування — 8–10 балів.

Бали, отримані за виконання всіх завдань, сумуються (максимальна кількість – 40 балів) і додаються до балів, отриманих за практичні завдання. Максимальна сума – 100 балів. Оцінка виставляється за стандартною шкалою оцінювання.

**Шкала оцінювання: чотирирівнева**

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка
90 – 100	відмінно
70-89	добре
50-69	задовільно
1-49	незадовільно

**10. Рекомендована література.****Основна література**

1. Гнеденко Б.В. Курс теорії ймовірностей – К.:Видавничо-поліграфічний центр «Київський університет», 2010. – 464 с.
2. Турчин В.М. Теорія ймовірностей та математична статистика. Основні поняття, приклади, задачі. – Дніпропетровськ, 2014.–556 с.
3. Карташов М.В. Ймовірність, процеси, статистика . Посібник. – К.: Видавничо - поліграфічний центр «Київський університет», 2008.– 494 с
4. Збірник задач з теорії ймовірностей та математичної статистики : навч. посібник / В.В. Голомозий, М.В. Карташов, К.В. Ральченко. – К.:Видавничо-поліграфічний центр «Київський університет», 2015. – 366 с.

**Допоміжна література**



1. Pierre Brémaud, Discrete Probability Models and Methods. Probability on Graphs and Trees, Markov Chains and Random Fields, Entropy and Coding// Springer-Verlag, 2017.—561 p.
2. Gut A. Probability. A graduate course - Springer, 2005.
3. Kallenberg O. Foundation of Modern Probability, Springer-Verlag, 2002.
4. Дороговцев О.Я., Сільвестров Д.С., Скороход А.В., Ядренко М.Й. Теорія ймовірностей. Збірник задач. – К.:Вища школа, 1976.– 384 с.

#### **11. Посилання на інформаційні ресурси в Інтернеті, відео-лекції, інше методичне забезпечення**

Сайт кафедри теорії ймовірностей, статистики та актуарної математики механіко-математичного факультету Київського національного університету імені Тараса Шевченка <https://probability.knu.ua/index.php?page=student>